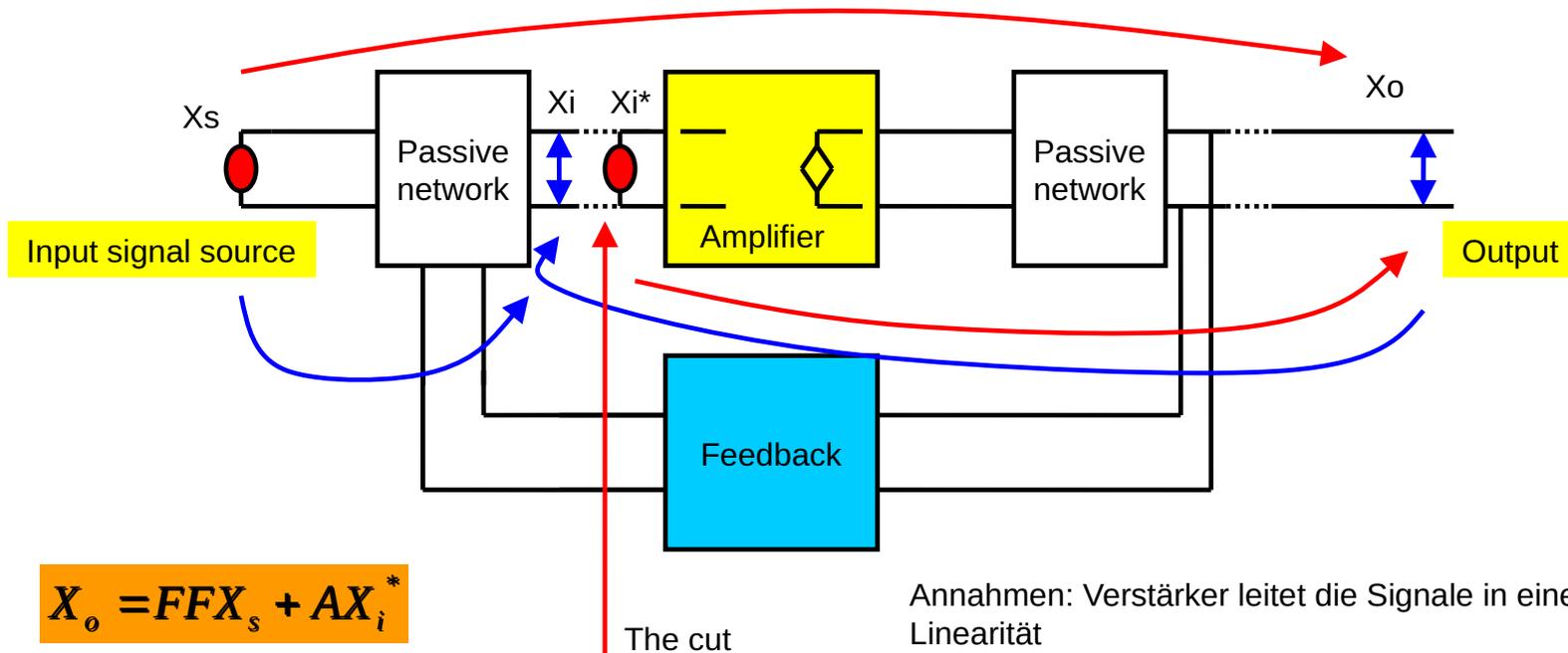


Formeln für die Schaltungen mit Gegenkopplung



$$X_o = FF X_s + A X_i^*$$

$$X_i = A_{IN} X_s + \beta X_o$$

$$X_i = X_i^*$$

Leerlaufverstärkung

$$A_F = \frac{X_o}{X_s} = \frac{FF + A_{IN} A}{1 - \beta A}$$

Feedforward

Schleifenverstärkung

Annahmen: Verstärker leitet die Signale in einer Richtung

Linearität

Passive Schaltungen mit R C L

Gleichungssystem

Gleichungssystem wird einmal für die generische Schaltung gelöst

Die Terme der Formel können später für Spezialfälle hergeleitet werden

1. Schritt: GK wird am Eingang des Verstärkers getrennt

2. Eine virtuelle Spannungsquelle x_i^* wird eingesetzt

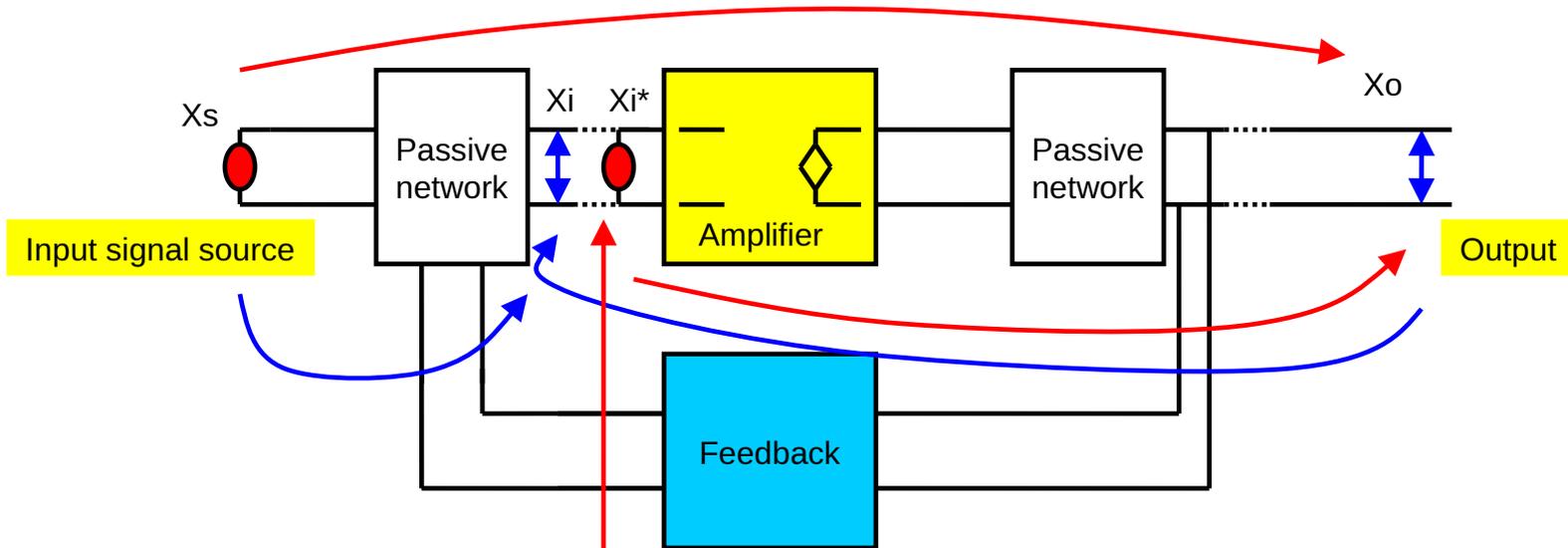
Wichtig – Strom durch x_i^* muss null sein, Z_{in} bleibt links

Zwei Gleichungen werden geschrieben

Erste Gl. $x_o = f(x_s, x_i^*)$

Zweite Gl. $x_i = f(x_s, x_o)$ (weil $x_i = f(x_o)$, sonst $x_i = f(x_i^*)$)

FF ist ... $x_o/x_s | x_i^*=0$



$$X_o = FF X_s + A X_i^*$$

$$X_i = A_{IN} X_s + \beta X_o$$

$$X_i = X_i^*$$

Leerlaufverstärkung

$$A_F = \frac{X_o}{X_s} = \frac{FF + A_{IN} A}{1 - \beta A}$$

Feedforward

Schleifenverstärkung

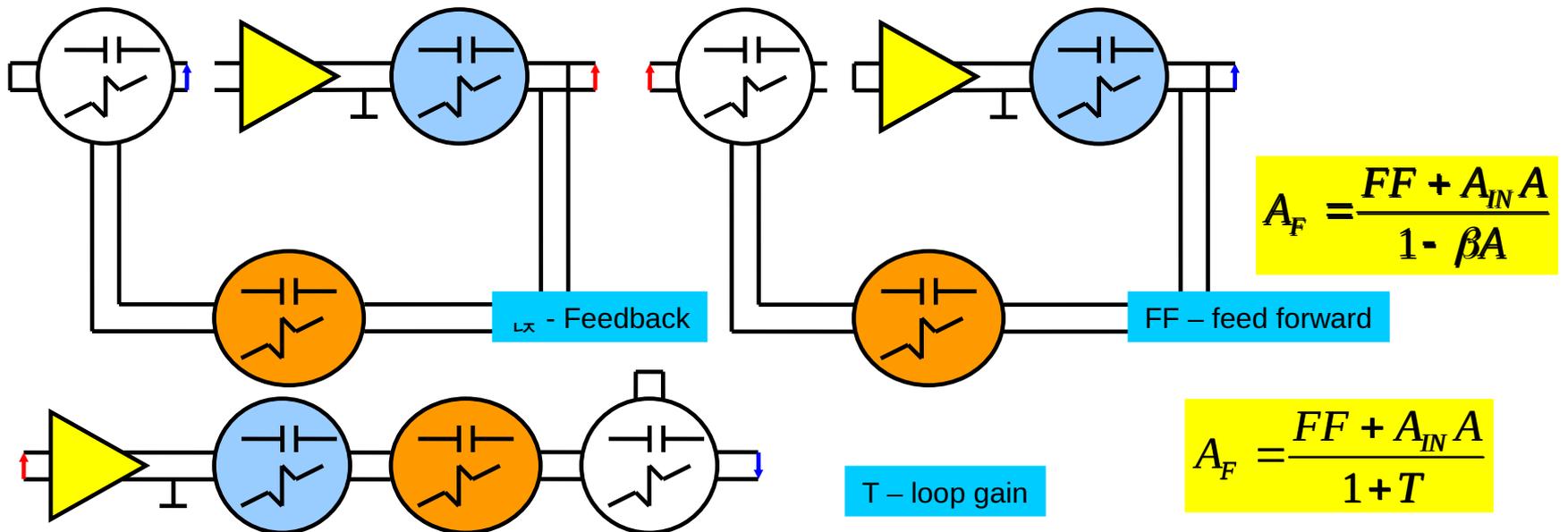
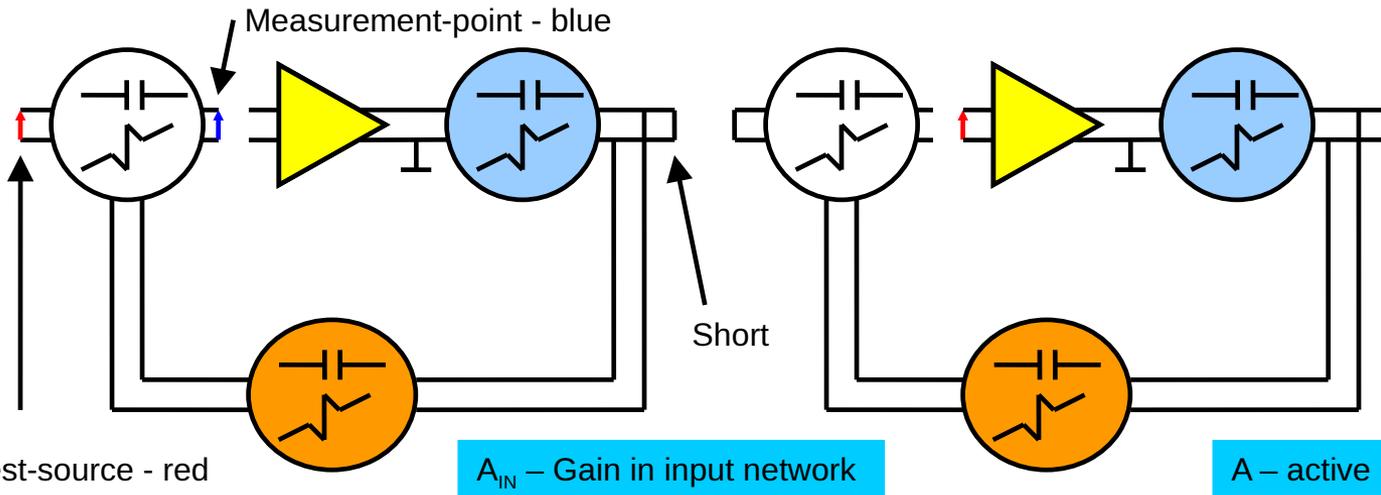
Leerlaufverstärkung – Verst. Ohne GK

Beta A bestimmt Art der GK

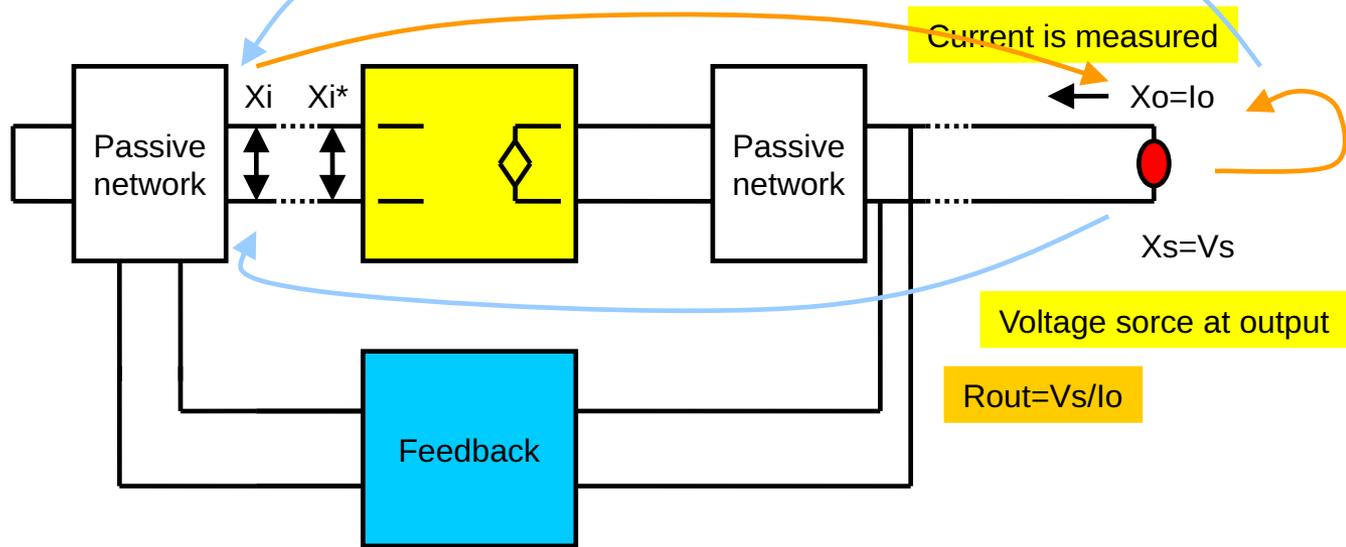
Vereinfachung: FF = 0

Beta A = R >> 0

AF = -1/Beta



Output impedance



Zwei Möglichkeiten um R_{out} zu rechnen
 V_s Quelle am Ausgang, I_o wird gerechnet
 Erste Formel wird hergeleitet

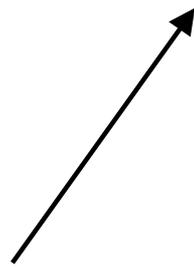
$$I_o = t_{11}V_s + t_{12}X_i^*$$

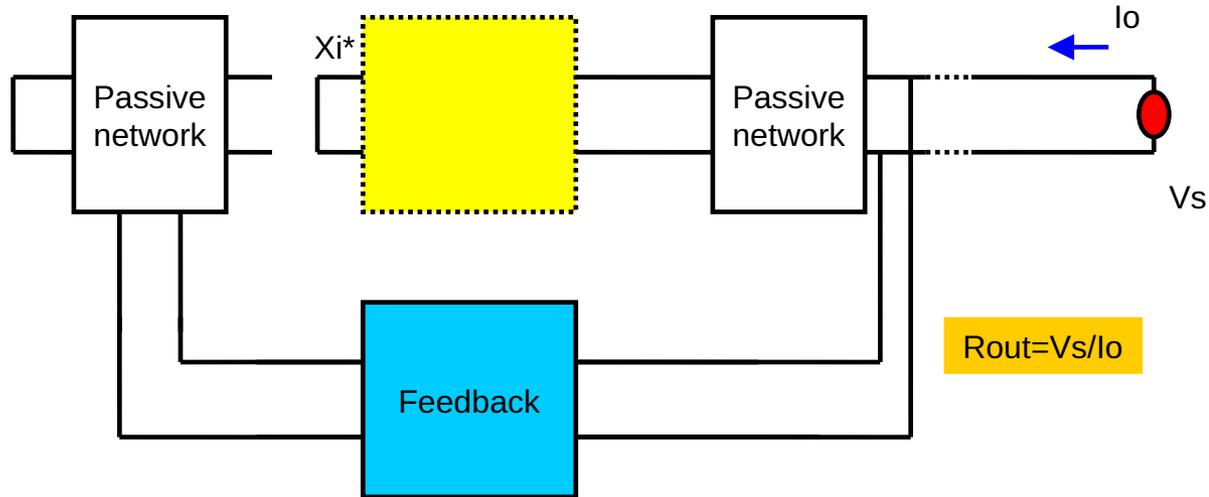
$$X_i = t_{21}V_s + t_{22}I_o$$

$$X_i = X_i^*$$

$$\frac{1}{R_{FB}} = \frac{I_o}{V_s} = \frac{t_{11} + t_{12}t_{21}}{1 - t_{12}t_{22}}$$

$$R_{FB} = \frac{1}{t_{11}} \frac{1 - t_{12}t_{22}}{1 + t_{12}t_{21}/t_{11}}$$





$$I_o = t_{11} V_s + t_{12} X_i^*$$

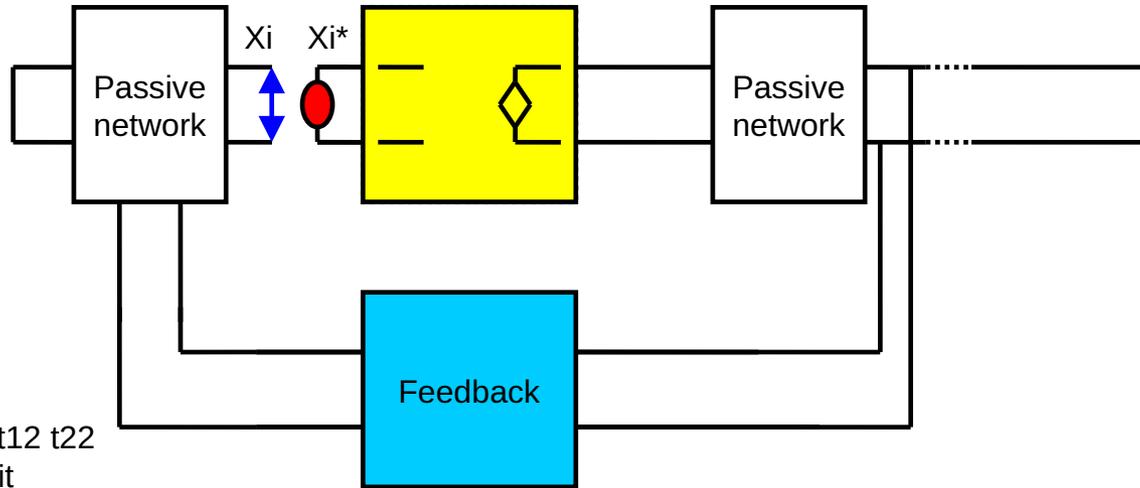
Bedeutung vom Faktor $1/t_{11}$
 Strom I_o wenn x_i^* aus ist
 Widerstand vom ausgeschalteten
 Verstärker

$$R_{FB} = \frac{1}{t_{11}} \frac{1 - t_{12} t_{22}}{1 + t_{12} t_{21} / t_{11}}$$

Dead gain impedance

$$\frac{1}{t_{11}} = \left. \frac{V_s}{I_o} \right|_{X_i^* = 0} \equiv R_0$$

Output impedance ($t_{12} t_{22}$)



Bedeutung vom Faktor $t_{12} t_{22}$
 Schleifenverstärkung mit
 Kurzschluss am Ausgang

$$t_{12}t_{22} = \frac{I_o}{X_i^*} \bigg|_{V_s=0} \frac{X_i}{I_o} \bigg|_{V_s=0}$$

Short circuit loop gain

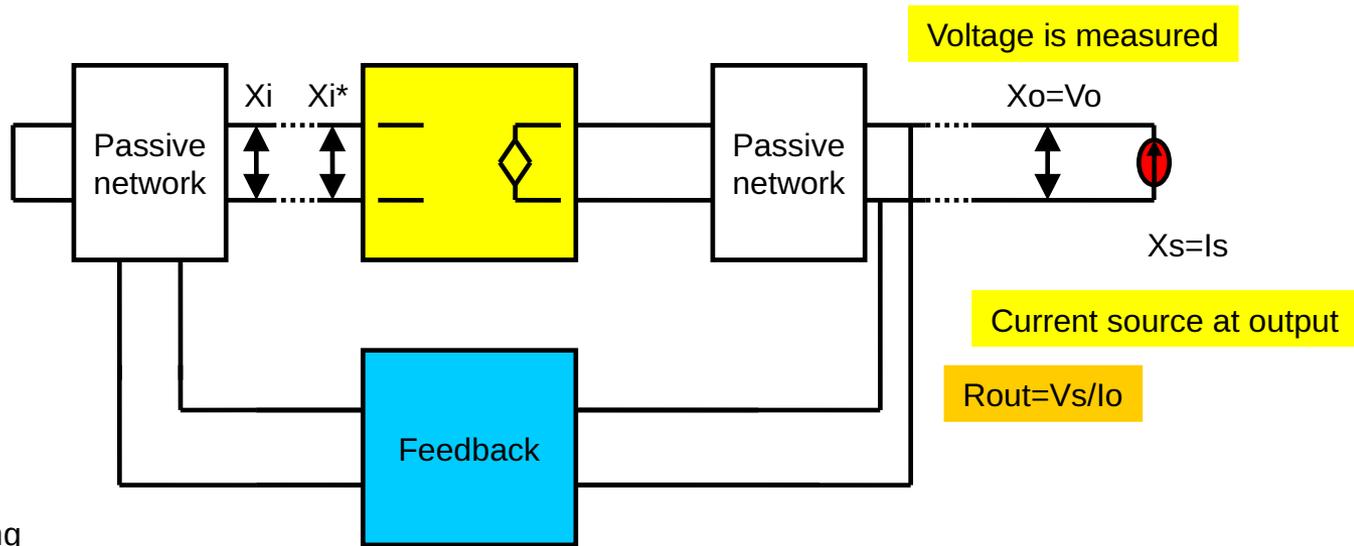
$$R_{FB} = R_0 \frac{1 - t_{12}t_{22}}{1 + t_{12}t_{21}/t_{11}}$$

$$I_o = t_{11}V_s + t_{12}X_i^*$$

$$X_i = t_{21}V_s + t_{22}I_o$$

$$R_{FB} = R_0 \frac{1 - T_{SC}}{1 + t_{12}t_{21}/t_{11}}$$

$$T_{SC} = t_{12}t_{22}$$



Alternative Schaltung
 Stromquelle am Ausgang
 Strom wird gemessen

$$V_o = t'_{11} I_s + t'_{12} X_i^*$$

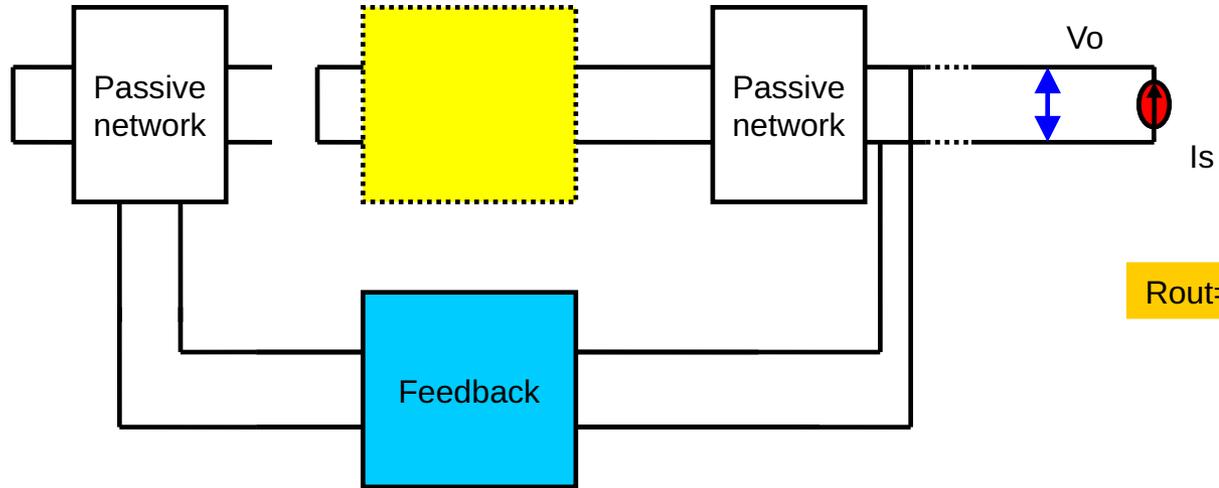
$$X_i = t'_{21} I_s + t'_{22} V_o$$

$$X_i = X_i^*$$

$$R_{FB} = \frac{I_s}{V_o} = \frac{t'_{11} + t'_{12} t'_{21}}{1 - t'_{12} t'_{22}}$$

$$R_{FB} = t'_{11} \frac{1 + t'_{12} t'_{21} / t'_{11}}{1 - t'_{12} t'_{22}}$$

Output impedance (t'_{11})



$$R_{out} = V_s / I_o$$

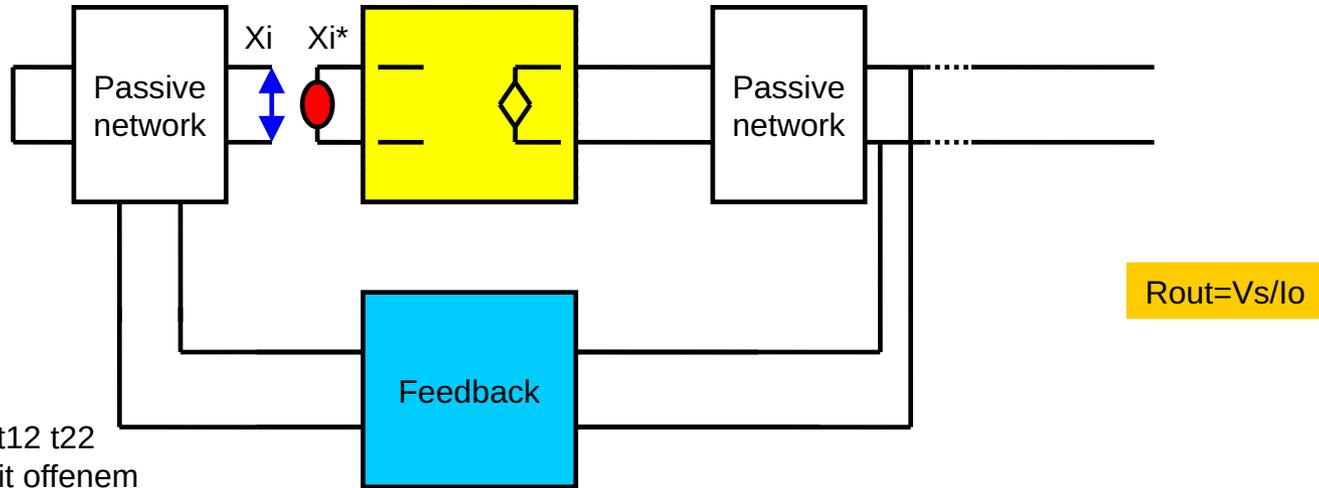
Bedeutung vom Faktor t'_{11}
 Strom I_o wenn x_i^* aus ist
 Widerstand vom ausgeschalteten
 Verstärker

$$t'_{11} = \frac{V_o}{I_s} \Big|_{x_i^* = 0} \equiv R_o$$

$$R_{FB} = t'_{11} \frac{1 + t'_{12} t'_{21} / t'_{11}}{1 - t'_{12} t'_{22}}$$

Dead gain impedance

Output impedance ($t'_{12} t'_{22}$)



Bedeutung vom Faktor $t'_{12} t'_{22}$
 Schleifenverstärkung mit offenem
 Ausgang

$$t'_{12} t'_{22} = \left. \frac{V_o}{X_i} \right|_{I_s=0} \left. \frac{X_i}{V_o} \right|_{I_s=0}$$

$$R_{FB} = t'_{11} \frac{1 + t'_{12} t'_{21} / t'_{11}}{1 - t'_{12} t'_{22}}$$

Open circuit loop gain

$$V_o = t'_{11} I_s + t'_{12} X_i^*$$

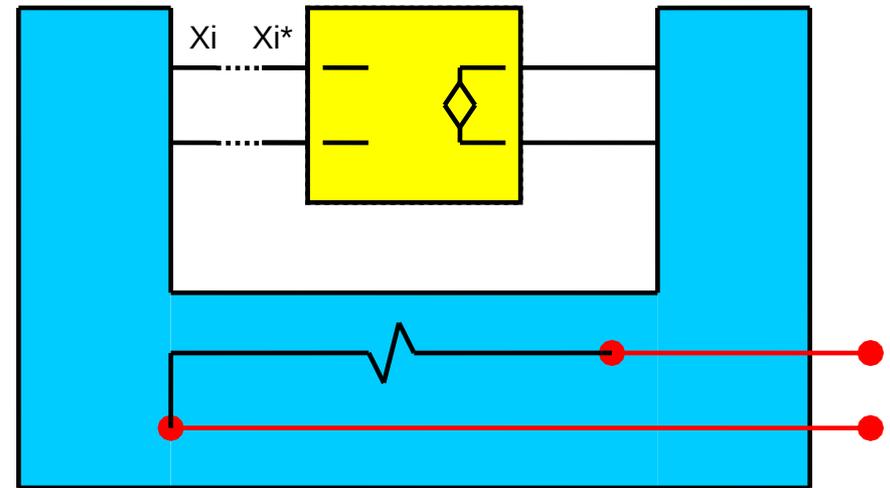
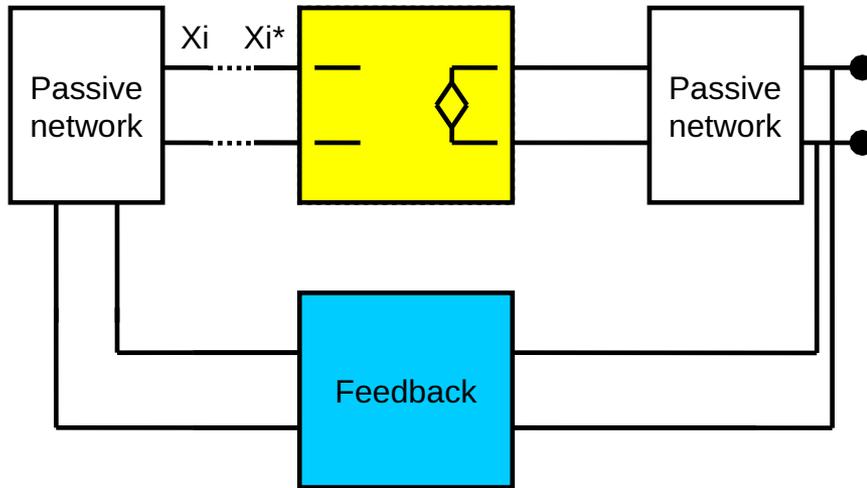
$$X_i = t'_{21} I_s + t'_{22} V_o$$

$$R_{FB} = R_0 \frac{1 + t'_{12} t'_{21} / t'_{11}}{1 - T_{OC}}$$

$$T_{OC} = t'_{12} t'_{22}$$

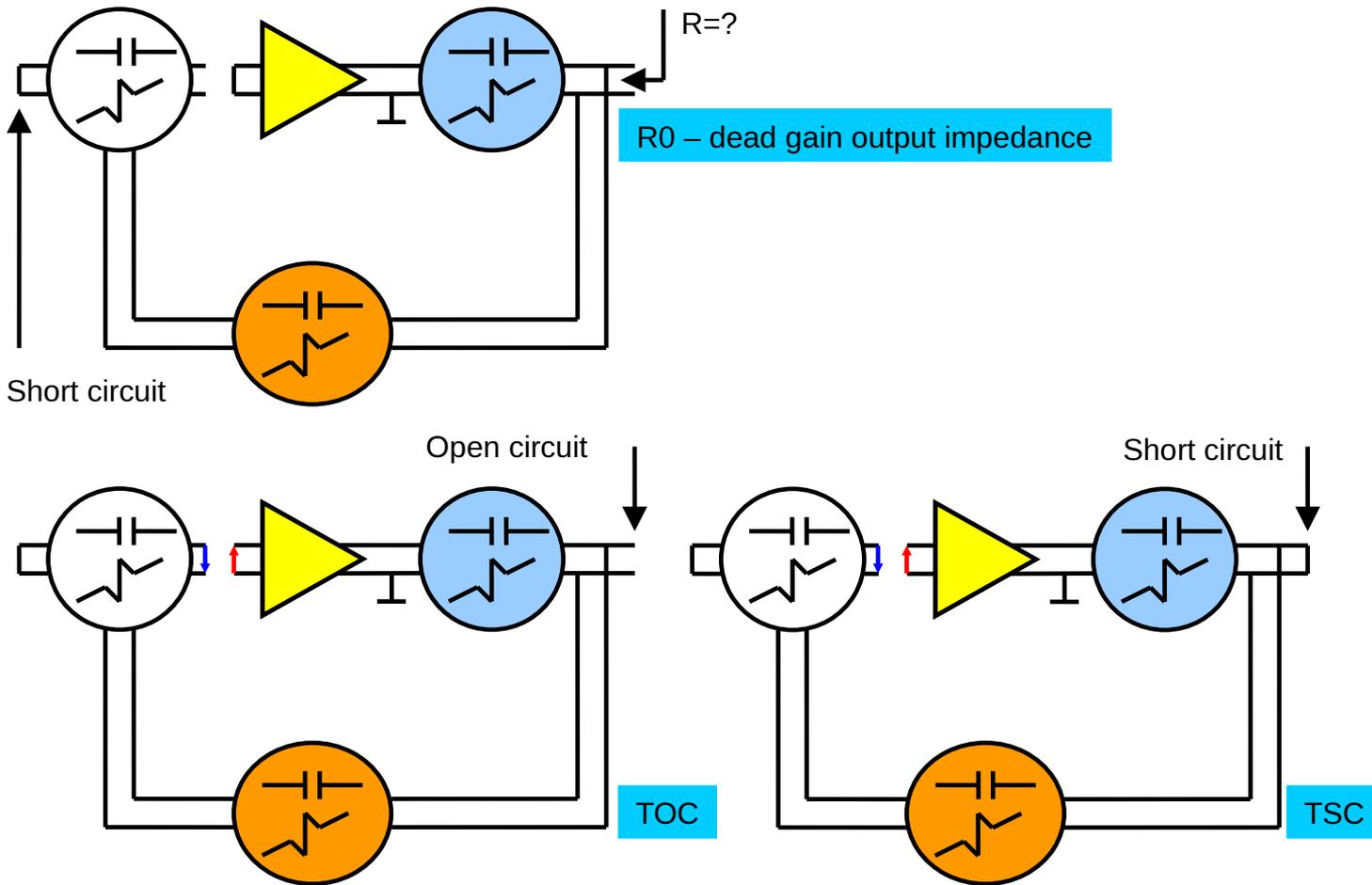
$$R_{FB} = R_0 \frac{1 + t'_{12} t'_{21} / t'_{11}}{1 - T_{OC}} \longrightarrow R_{FB} = R_0 \frac{1 - T_{SC}}{1 - T_{OC}}$$

$$R_{FB} \equiv R_0 \frac{1 - T_{SC}}{1 + t_{12} t_{21} / t_{11}}$$



Zwei Formeln werden kombiniert

Output impedance

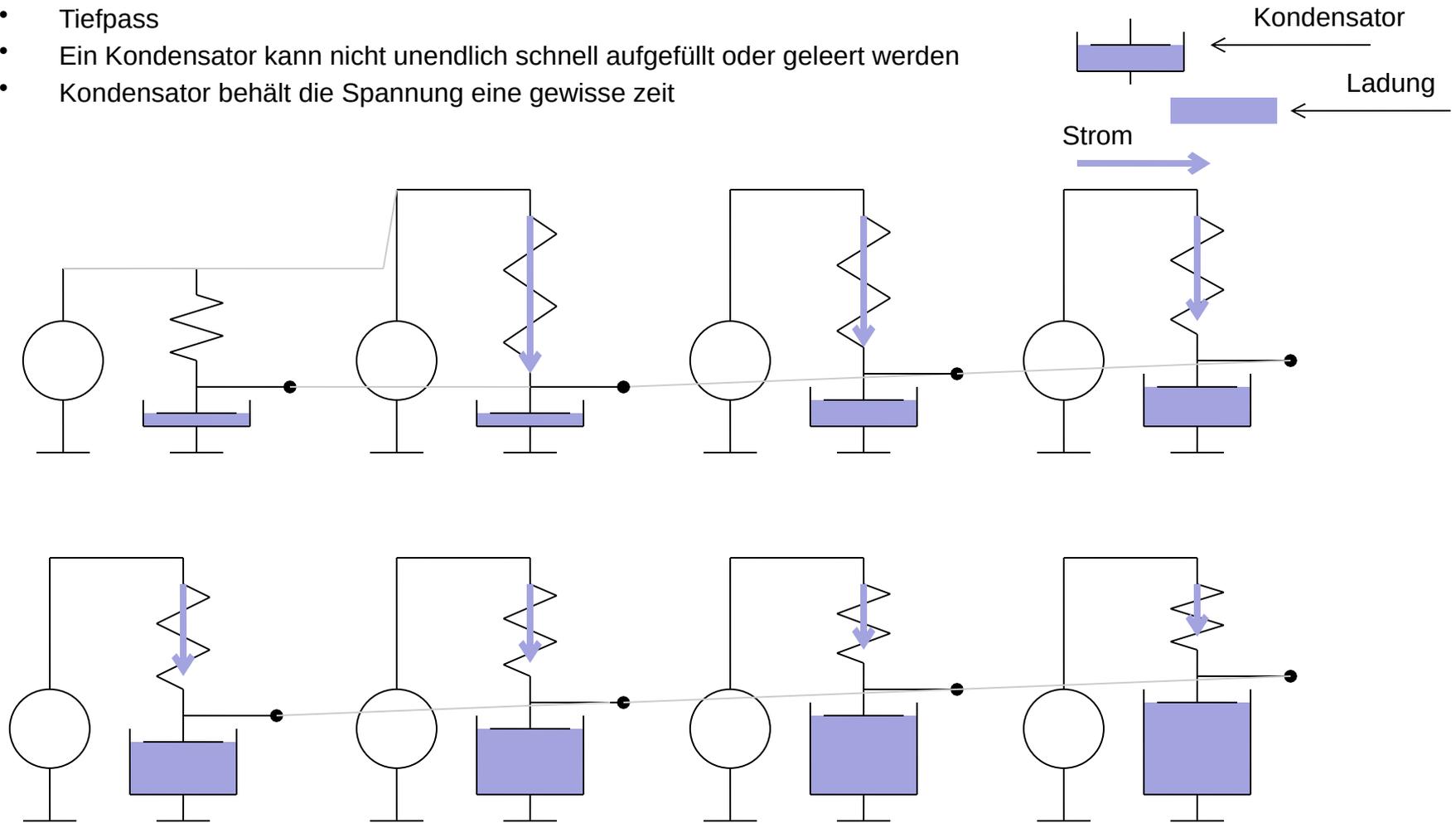


Loop gains

$$R_{OUT} = R_0 \frac{1 - T_{SC}}{1 - T_{OC}}$$

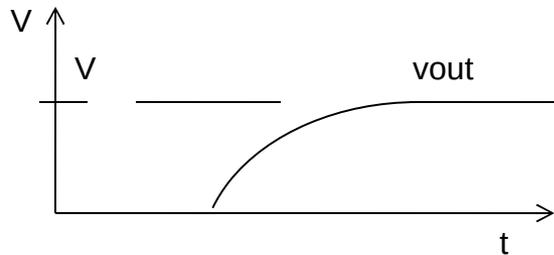
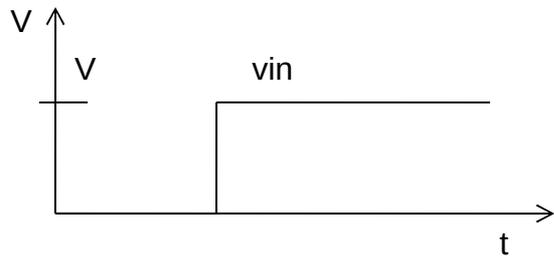
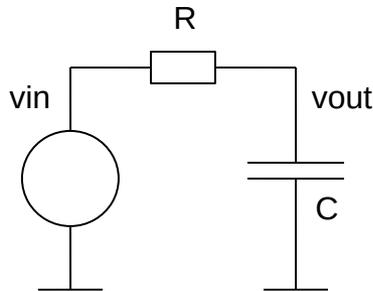
AC Schaltungen

- Tiefpass
- Ein Kondensator kann nicht unendlich schnell aufgefüllt oder geleert werden
- Kondensator behält die Spannung eine gewisse Zeit



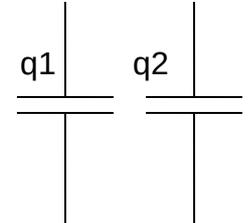
- Tiefpass
- Die Übertragungsfunktion ist Quotient zwei komplexer Polynome
- Wenn wir in der Schaltung n unabhängige Kondensatoren haben (ihre Spannungen sind linearunabhängig) haben wir im Nenner Polynom n -ter Ordnung.
- Die dominante Zeitkonstante ist die Summe von $C_i R_i$ Faktoren. C_i ist jede Kapazität in der Schaltung, R_i ist der Widerstand den die Kapazität C_i sieht.
- Grad des Polynoms in Zähler ist kleiner oder gleich wie der Grad des Polynoms im Nenner.
- Koeffizienten vom Polynom im Zähler bekommt man aus den Anfangsbedingungen. Wir fragen uns, welche Spannung haben wir kurz nach dem Einschalten ($t=0+$), welche lange nach dem Einschalten ($t=\text{unendlich}$).

- Tiefpass
- Kurz nach dem Einschalten sind die Frequenzen hoch (die Zeit ist kurz) deshalb haben wir $s \rightarrow$ unendlich.



$$v_{out}(t) = V(1 - e^{-t/RC})$$

$$v_{out}(s) = v_{in}(s) \frac{b_0 + b_1 s}{1 + sRC} \quad \begin{matrix} \longleftarrow & P \\ \longleftarrow & Q \end{matrix}$$

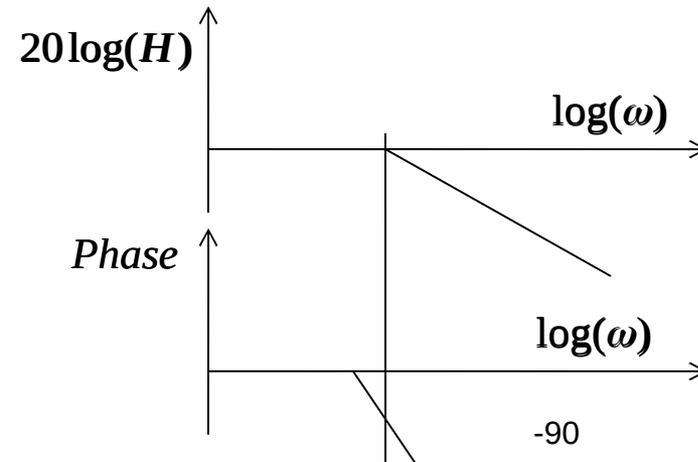


$$v_{out}(t) = c_1 + c_2 e^{-t/RC}$$

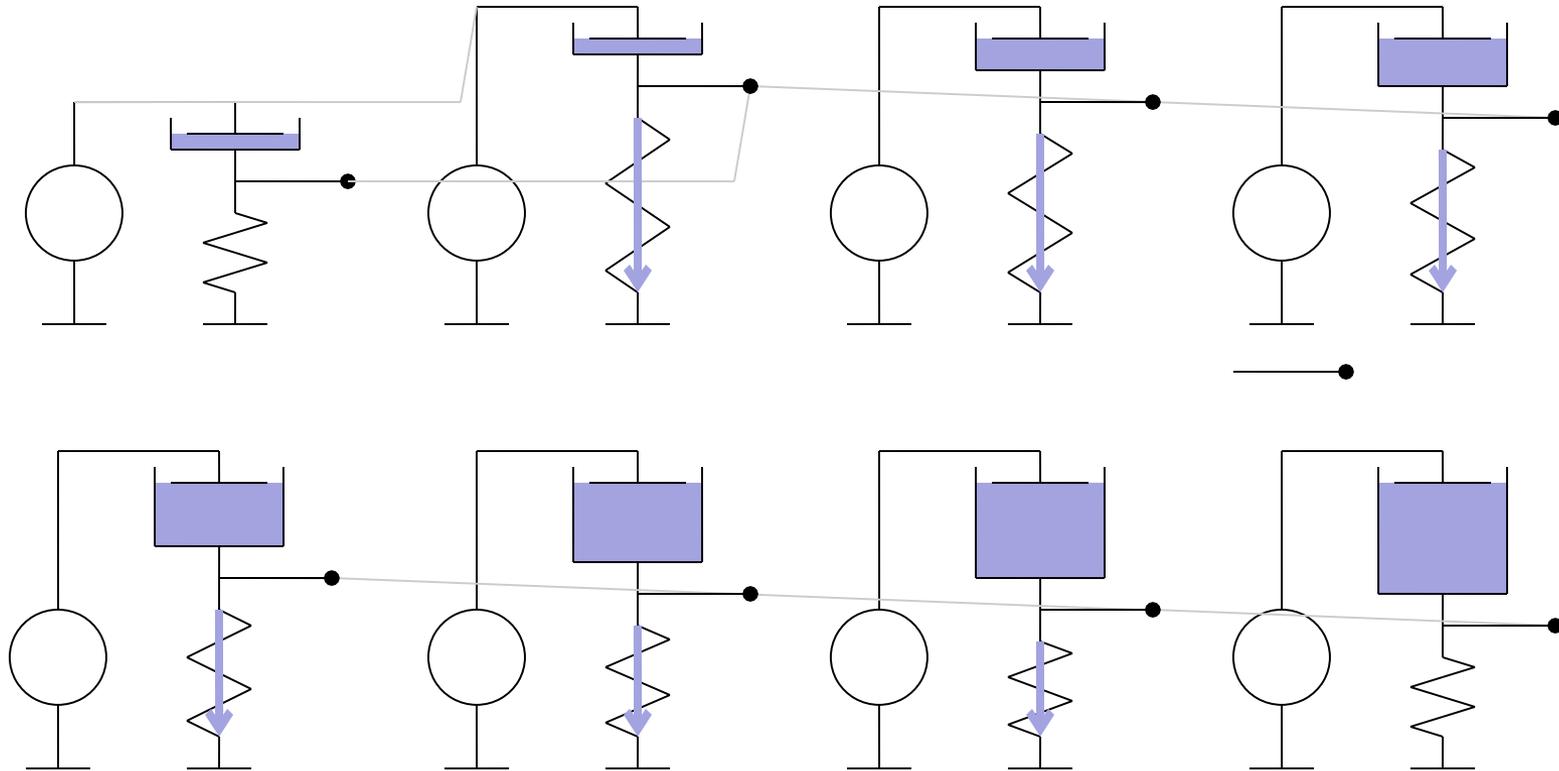
$$v_{out}(\infty) = v_{in}(\infty) = V \Rightarrow \underset{S=0}{c_1 = V} \longrightarrow b_0 = 1$$

$$v_{out}(0+) = 0 \Rightarrow \underset{S=\text{unendlich}}{c_2 = -c_1} \longrightarrow b_1 / RC = 0 \Rightarrow b_1 = 0$$

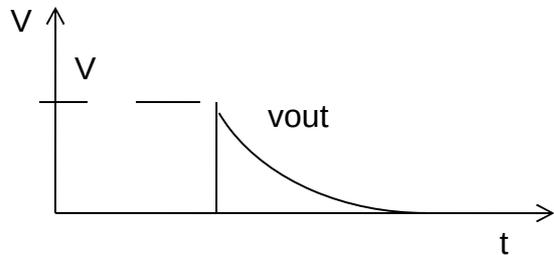
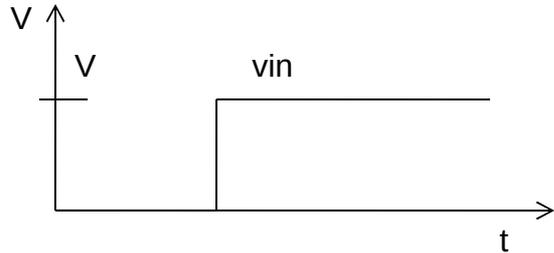
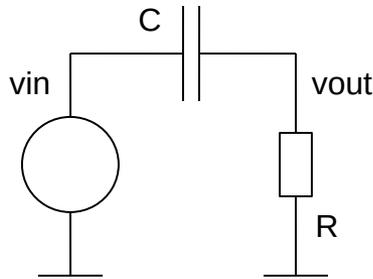
$$H(s) = \frac{1}{1 + sRC}$$



- Hochpass



- Hochpass



$$v_{out}(t) = Ve^{-t/RC}$$

$$v_{out}(s) = v_{in}(s) \frac{b_0 + b_1 s}{1 + sRC}$$

$$v_{out}(t) = c_1 + c_2 e^{-t/RC}$$

$$S=0$$

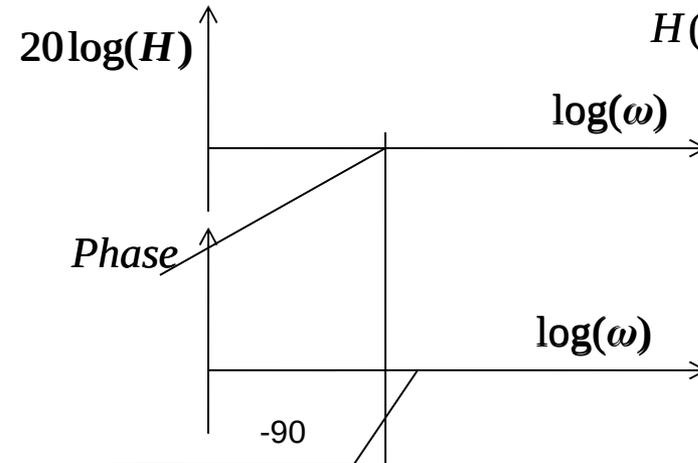
$$v_{out}(\infty) = 0 \Rightarrow c_1 = 0 \longrightarrow b_0 = 0$$

$$S=\text{unendlich}$$

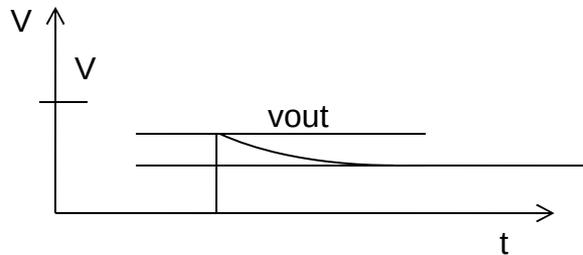
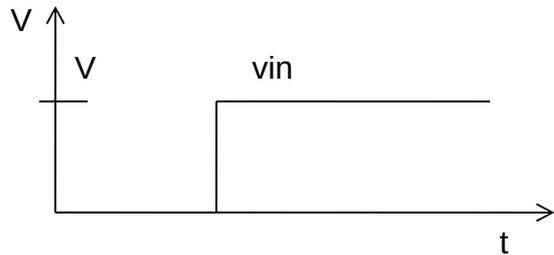
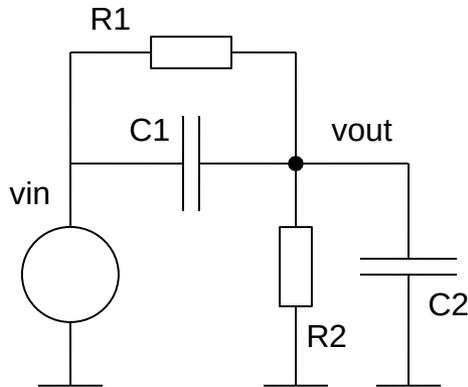
$$v_{out}(0+) = V = v_{in}(0+) \Rightarrow c_1 + c_2 = V \Rightarrow c_2 = V \longrightarrow b_1 = RC$$



$$H(s) = \frac{sRC}{1 + sRC}$$



- Schneller Spannungsteiler



$$v_{out}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) e^{-t/R_{eq}C_{eq}}$$

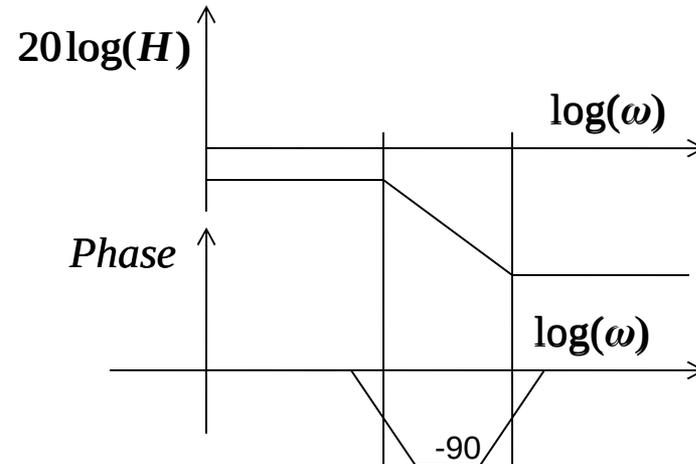
$$v_{out}(s) = v_{in}(s) \frac{b_0 + b_1 s}{1 + s((R_1 \parallel R_2)(C_1 \parallel C_2))}$$

$$v_{out}(t) = c_1 + c_2 e^{-t/(R_1 \parallel R_2)(C_1 \parallel C_2)}$$

$$v_{out}(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V \Rightarrow c_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V \xrightarrow{S=0} b_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

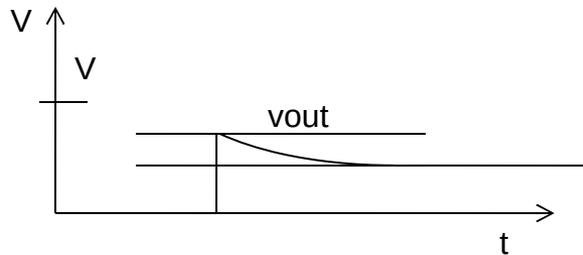
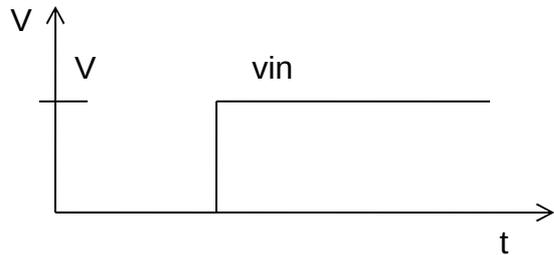
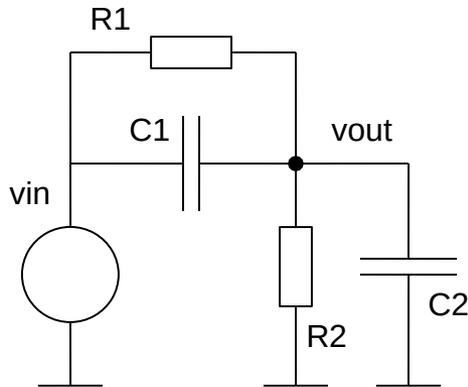
$$v_{out}(0+) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V \Rightarrow c_1 + c_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V \xrightarrow{S=\text{unendlich}} b_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 C_1$$

$$H(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1 + sR_1C_1}{1 + s(R_1 \parallel R_2)(C_1 + C_2)}$$



- Schneller Spannungsteiler
- Wir haben zwar zwei Kondensatoren, nur 1 davon ist unabhängig.
- Das Polynom im Nenner beschreibt die Schaltung wenn sie selbst überlassen wird (Eigenverhalten). Schalten wir v_{in} aus – $v_{in} = 0$, um das Eigenverhalten zu analysieren. Wir können die Kondensatoren und die Widerstände zusammenführen

- Schneller Spannungsteiler



$$v_{out}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) e^{-t/R_{eq}C_{eq}}$$

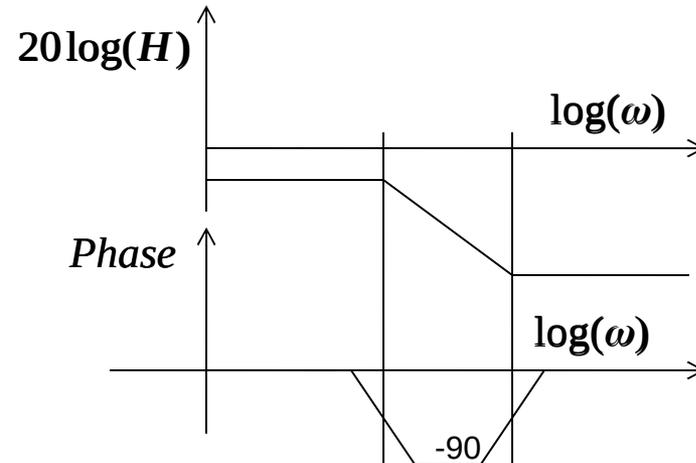
$$v_{out}(s) = v_{in}(s) \frac{b_0 + b_1 s}{1 + s((R_1 \parallel R_2)(C_1 \parallel C_2))}$$

$$v_{out}(t) = c_1 + c_2 e^{-t/(R_1 \parallel R_2)(C_1 \parallel C_2)}$$

$$v_{out}(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V \Rightarrow c_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V \xrightarrow{S=0} b_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

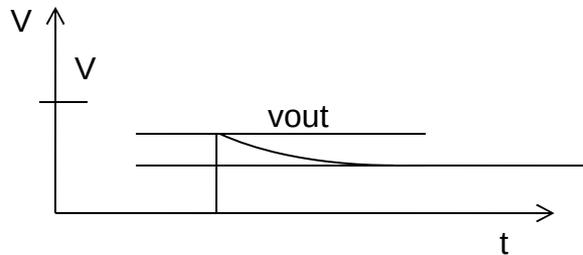
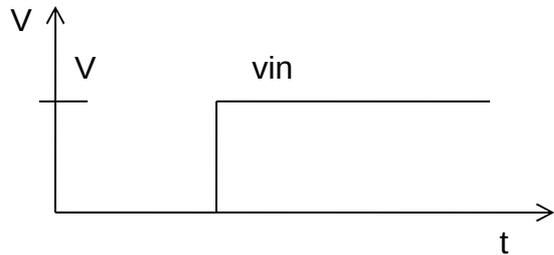
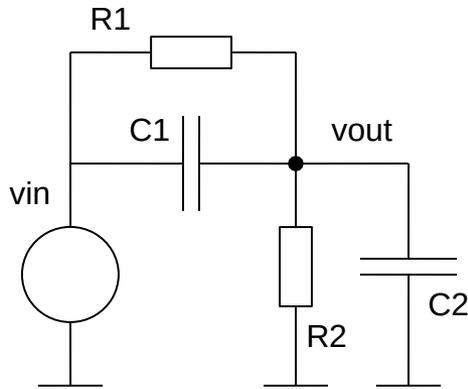
$$v_{out}(0+) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V \Rightarrow c_1 + c_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V \xrightarrow{S=\text{unendlich}} b_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 C_1$$

$$H(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1 + sR_1C_1}{1 + s(R_1 \parallel R_2)(C_1 + C_2)}$$



- Schneller Spannungsteiler
- Kurz nach dem Einschalten ist die Ausgangsspannung fließt viel Strom durch die Kondensatoren – sie sind an die Spannungsquelle v_{in} kurzgeschlossen. Wir können im diesen kurzen Intervall die Widerstände vernachlässigen. Die Spannung am Ausgang im Moment $0+$ ist durch den kapazitiven Spannungsteiler gegeben.

- Schneller Spannungsteiler



$$v_{out}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) e^{-t/R_{eq}C_{eq}}$$

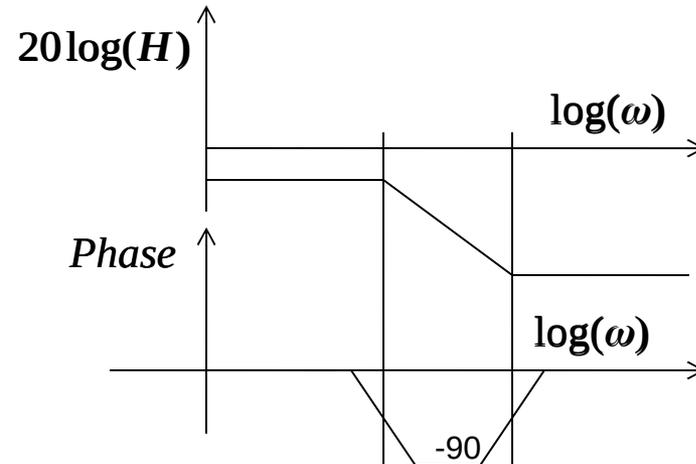
$$v_{out}(s) = v_{in}(s) \frac{b_0 + b_1 s}{1 + s((R_1 \parallel R_2)(C_1 \parallel C_2))}$$

$$v_{out}(t) = c_1 + c_2 e^{-t/(R_1 \parallel R_2)(C_1 \parallel C_2)}$$

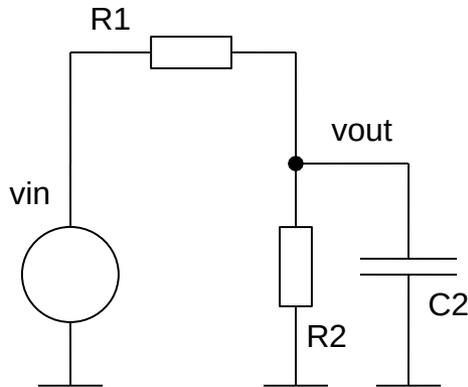
$$v_{out}(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V \Rightarrow c_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V \xrightarrow{S=0} b_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$v_{out}(0+) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V \Rightarrow c_1 + c_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V \xrightarrow{S=\text{unendlich}} b_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 C_1$$

$$H(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1 + sR_1C_1}{1 + s(R_1 \parallel R_2)(C_1 + C_2)}$$



- Tiefpass + Spannungsteiler



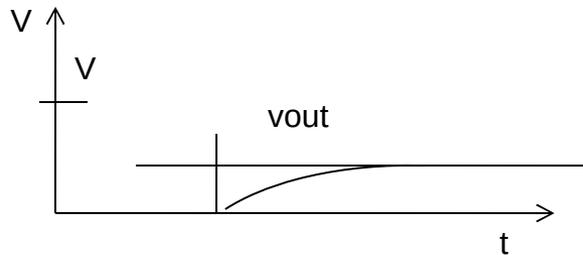
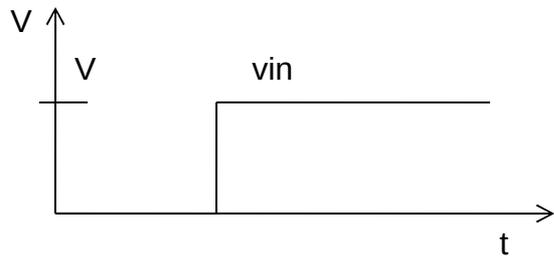
$$v_{out}(s) = v_{in}(s) \frac{b_0 + b_1 s}{1 + s((R_1 \parallel R_2)(C_2))}$$

$$v_{out}(t) = c_1 + c_2 e^{-t/(R_1 \parallel R_2)(C_2)}$$

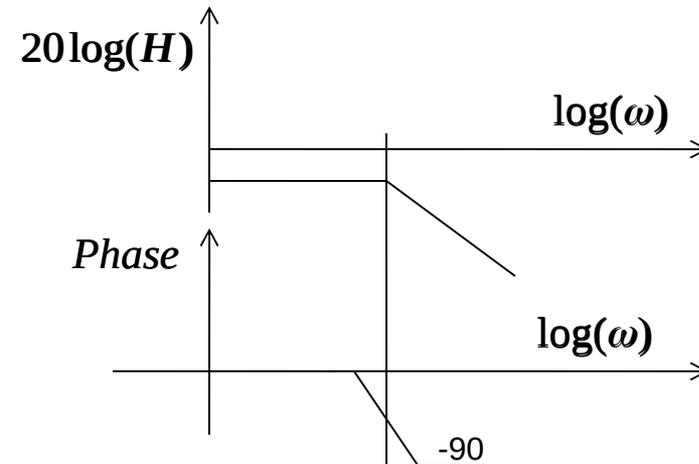
$$v_{out}(\infty) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V \Rightarrow c_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V \longrightarrow b_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$v_{out}(0+) = 0 \Rightarrow c_1 + c_2 = 0 \longrightarrow b_1 = 0$$

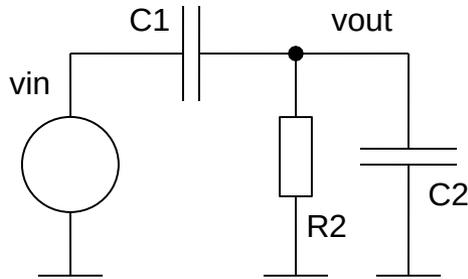
$$H(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + s(R_1 \parallel R_2)(C_2)}$$



$$v_{out}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (1 - e^{-t/R_{eq}C_{eq}})$$



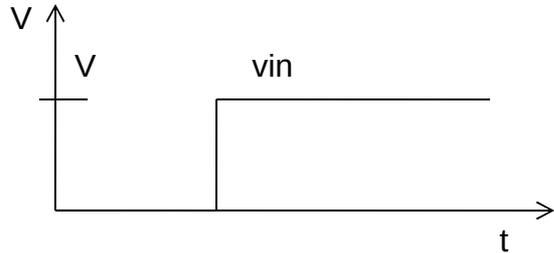
- Hochpass + Spannungsteiler



$$v_{out}(s) = v_{in}(s) \frac{b_0 + b_1 s}{1 + s((R_1 \parallel R_2)(C_1 \parallel C_2))}$$

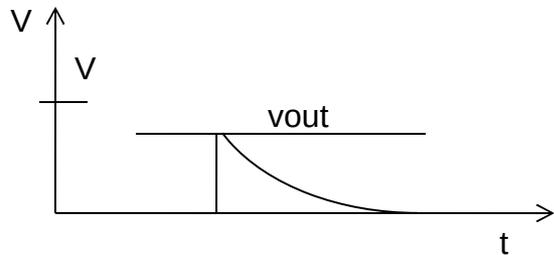
$$v_{out}(t) = c_1 + c_2 e^{-t/(R_2)(C_1 \parallel C_2)}$$

$$v_{out}(\infty) = 0 \Rightarrow c_1 = 0 \quad \longrightarrow \quad b_0 = 0$$

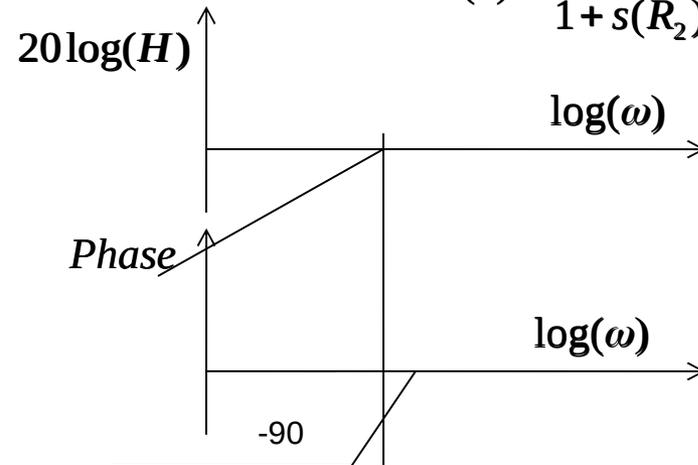


$$v_{out}(0+) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V \Rightarrow c_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V \quad \longrightarrow \quad b_1 = R_2 C_1$$

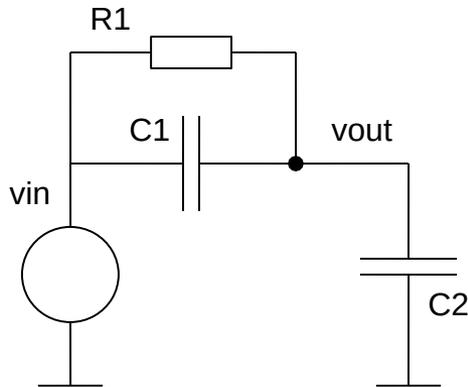
$$H(s) = \frac{s R_2 C_1}{1 + s(R_2)(C_1 + C_2)}$$



$$v_{out}(t) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} e^{-t/R_{eq}C_{eq}}$$



- Schneller Spannungsteiler (2)

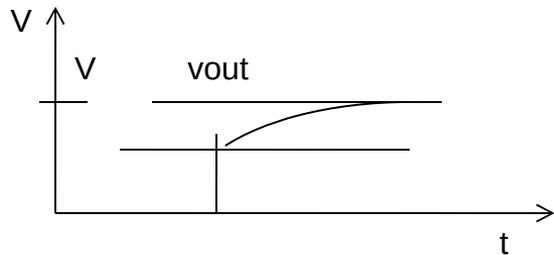
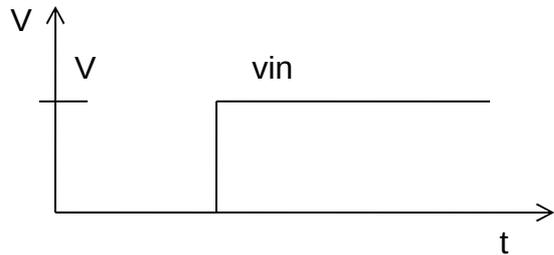


$$v_{out}(s) = v_{in}(s) \frac{b_0 + b_1 s}{1 + s((R_1)(C_1 \parallel C_2))}$$

$$v_{out}(t) = c_1 + c_2 e^{-t/(R_1 \parallel R_2)(C_1 \parallel C_2)}$$

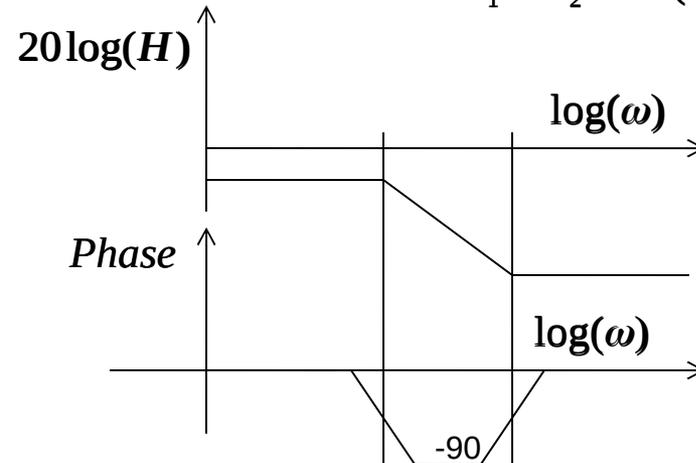
$$v_{out}(\infty) = V \Rightarrow c_1 = 1 \quad \longrightarrow \quad b_0 \equiv 1$$

$$v_{out}(0+) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V \Rightarrow c_1 + c_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V \quad \longrightarrow \quad b_1 = R_1 C_1$$



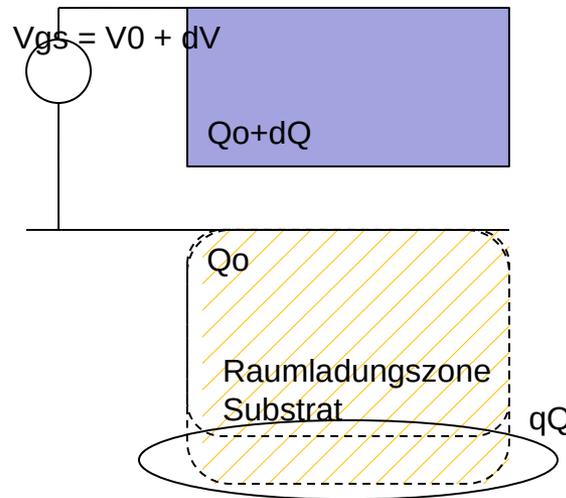
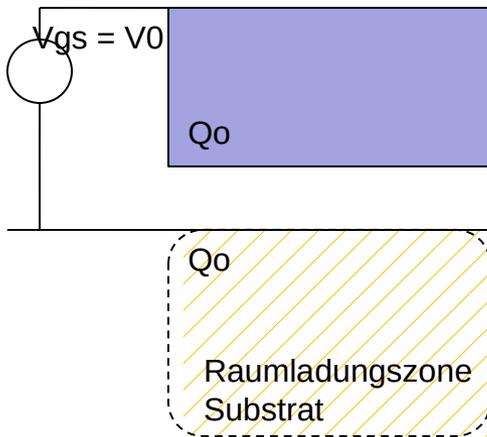
$$v_{out}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) e^{-t/R_{eq}C_{eq}}$$

$$H(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1 + sR_1C_1}{1 + s(R_1)(C_1 + C_2)}$$



Ladung im Raumladungszone und dynamische Kapazität

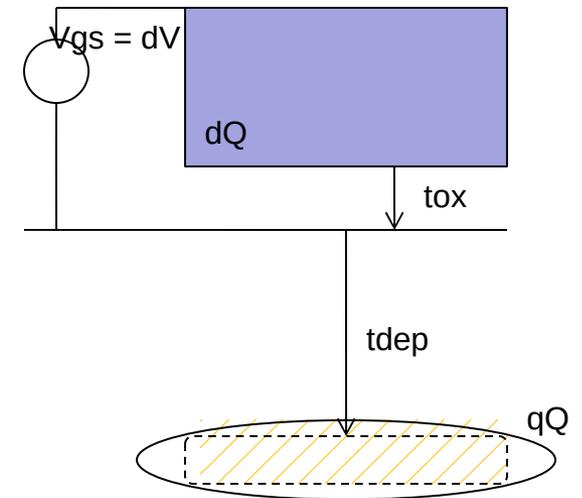
- Dynamische Kapazitäten



$$C_{dynamic} = dQ/dV$$

$$C_{dep_dyn} = \epsilon_{silicon}/t_{dep}$$

Nächste Folie



• ...

$$\frac{dQ}{dV} = C_{dyn}$$

$$C_{dyn} = \frac{\epsilon}{t}$$

$$Q = const \cdot t$$

$$C_{dyn} = const / Q$$

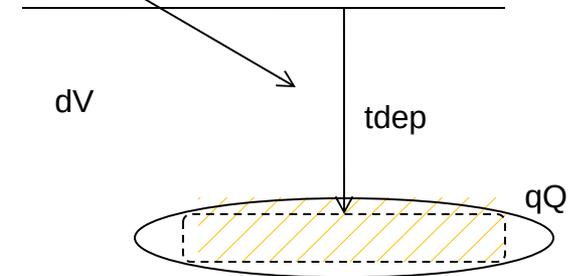
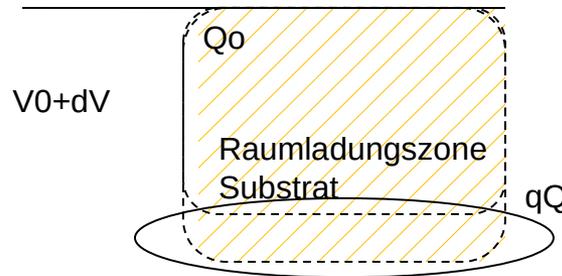
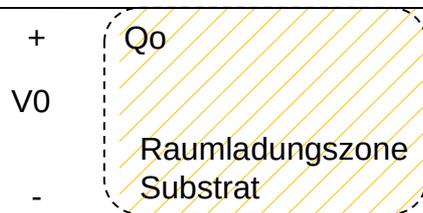
$$\frac{dQ}{dV} = const / Q$$

$$Q dQ = const \cdot dV$$

$$\frac{1}{2} Q^2 = const \cdot V$$

$$Q = \sqrt{2 \cdot const \cdot V}$$

$$C_{dyn} = \frac{dQ}{dV} = \frac{d(\sqrt{2 \cdot const \cdot V})}{dV} = \frac{\sqrt{2 \cdot const \cdot V}}{2\sqrt{V}} = \frac{1}{2} \frac{Q}{V}$$



- Dicke der Raumladungszone und deren Ladung hängen als Quadratwurzel von der Spannung in der Zone V
- Die Ladung der Zone ist durch die Formel $2 \cdot C_{dyn} \cdot V$ gegeben
- Man kann näherungsweise C_{dyn} anstatt normaler Kapazität verwenden
- Wir haben deshalb überall C_{dep_dyn} verwendet

$$Q = \sqrt{2 \cdot const \cdot V}$$

$$2C_{dyn} V = Q$$

